

第一章 整式的乘除

1.10 完全平方公式

教学目标

1. 经历探索完全平方公式的过程，并从完全平方公式的推导过程中，培养学生观察、发现、归纳、概括、猜想等探究创新能力，发展逻辑推理能力和有条理的表达能力。
2. 体会公式的发现和推导过程，理解公式的本质，从不同的层次上理解完全平方公式，并会运用公式进行简单的计算。
3. 了解完全平方公式的几何背景，培养学生的数形结合意识。
4. 在学习中使学生体会学习数学的乐趣，培养学习数学的信心，感受数学的内在美。

复习回顾

1. 平方差公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ；

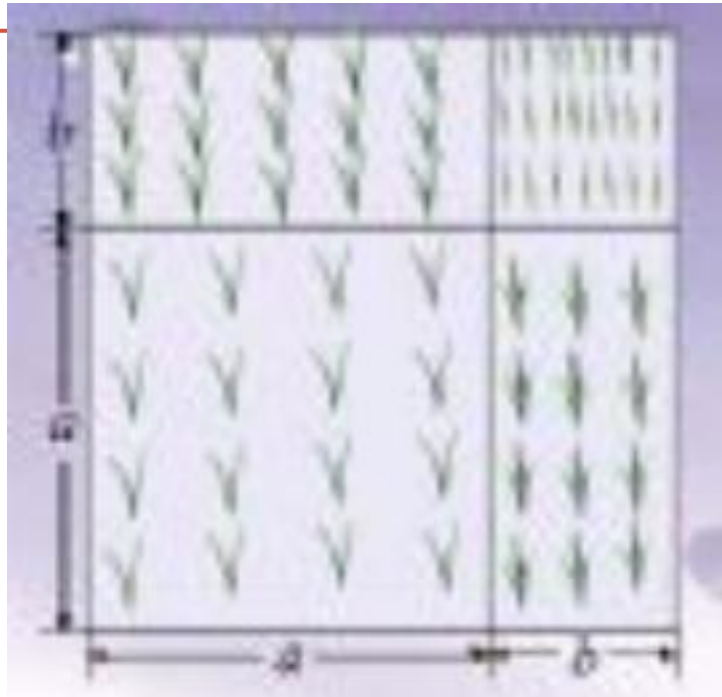
公式的结构特点：左边是两个二项式的乘积，即两数和与这两数差的积。右边是两数的平方差。

2. 应用平方差公式的注意事项：弄清在什么情况下才能使用平方差公式。

探究新知

一块边长为 a 米的正方形实验田，由于效益比较高，所以要扩大农田，将其边长增加 b 米，形成四块实验田，以种植不同的新品种（如图）。

用不同的形式表示实验田的总面积，并进行比较。



- 完全平方公式： $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- 1. 利用几何图形来验证两数差的完全平方公式。
- 2. 分析完全平方公式的结构特点，并用语言来描述完全平方公式。
- **结构特点：**
- 左边是：二项式（两数和（差））的平方；
- 右边是：两数的平方和加上（减去）这两数乘积的两倍。
- **语言描述：**两数和（或差）的平方，等于这两数的平方和加上（或减去）这两数积的两倍。

应用提高

例1 用完全平方公式计算：

(1) $(2x-3)^2$ (2) $(4x+5y)^2$ (3) $(mn-a)^2$

(4) $(-1-2x)^2$ (5) $(-2x+1)^2$

~~口诀：首平方，尾平方，两倍乘积放中央，
加减看前方，同加异减。~~

例2 如果 $36x^2 + (m+1)xy + 25y^2$ 是一个完全平方式，求 m 的值。

展示交流

1、下列各式中哪些可以运用完全平方公式计算

$$(1) (a+b)(a+c)$$

$$(2) (x+y)(-y+x)$$

$$(3) \cancel{(ab-3x)(-3x+ab)}$$

$$(4) \cancel{(-m-n)(m+n)}$$

2、填空：

$$(1) (2x+3y)(2x+3y) =$$

$$(2) (4a-1)(\underline{\hspace{2cm}}) = 16a^2 + 8a + 1$$

$$(3) (\underline{\hspace{2cm}}) \left(\frac{1}{7}ab + 3 \right) = \frac{1}{49}a^2b^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 9$$

• 3、计算下列各式：

• (1) $(4a + 7b)(4a + 7b)$ (2) $(-2m - n)(2m + n)$

• (3) $(2 - 3a^2)(3a^2 - 2)$ (4) $\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b\right)$

• (5) $-(5 + 2x)(5 + 2x)$

• (6) $\left(\frac{1}{2}x + 2\right)\left(\frac{1}{2}x + 2\right) + (-3 - x)(-x - 3)$

• 第二课时

复习回顾

- 完全平方公式： $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

- **结构特点：**

- 左边是：二项式（两数和（差））的平方；
- 右边是：两数的平方和加上（减去）这两数乘积的两倍。
- **语言描述：** 两数和（或差）的平方，等于这两数的平方和加上（或减去）这两数积的两倍。

拓展延伸

例3 若 $(x+y)^2=9$ ，且 $(x-y)^2=1$ 。

(1) 求 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ 的值；

(2) 求 $(x^2+1)(y^2+1)$ 的值。

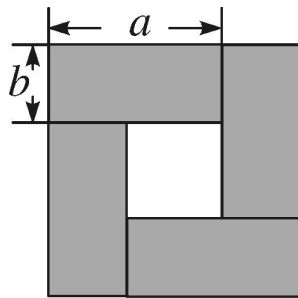
例4 我们已经接触了很多代数恒等式，知道可以用一些硬纸片拼成的图形面积来解释一些代数恒等式。例如图甲可以用来解释 $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ 。那么通过图乙面积的计算，验证了一个恒等式，此恒等式是()

A. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

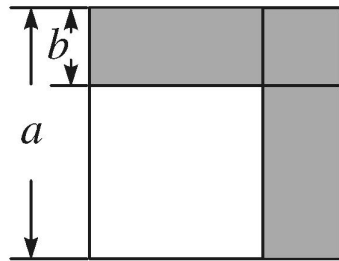
B. $(a-b)(a+2b) = a^2 + ab - 2b^2$

C. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

D. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



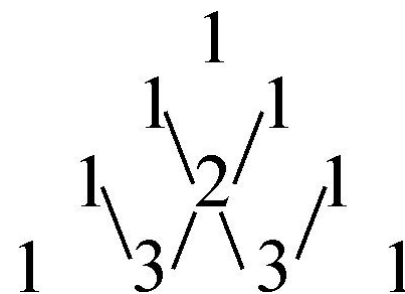
图甲



图乙

- 1. 求 $(x+y)(x+y)-(x-y)^2$ 的值, 其中 $x=5, y=2$
- 2. 若 $(x-y)^2=12, (x+y)^2=16$, 求 xy 的值。

- 3. 下表为杨辉三角系数表，它的作用是指导读者按规律写出形如 $(a+b)^n$ (n 为正整数) 展开式的系数，请你仔细观察下表中的规律，填出 $(a+b)^6$ 展开式中所缺的系数。



- $(a+b)^1 = a+b,$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$
- 则 $(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + \underline{\hspace{2cm}} a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6.$

收获感悟

1. 小组同学交流本节课收获
 2. 学生代表全班交流本节课收获
-